exercice 1

1. **a.** Calculer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b. Déterminer une équation cartésienne du plan contenant les trois points A, B et C.

2. Soit (Q) le plan d'équation : $x + y - 3z + 2 = 0$ et (Q′) le plan de repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

a. Pourquoi (Q) et (Q′) sont-ils sécants ?

b. Donner un point E et un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite d'intersection (Δ) des plans (Q) et (Q′).

3. Écrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I et de rayon 2.

4. On considère les points J et K de coordonnées respectives : j(-2 ;0 ;0) K (1 ; 0 ; 1)
Déterminer avec soin l'intersection de la sphère (S) et de la droite (JK).

exercice 2

. On considère les trois points A (2 ; 0 ; 0), B (1 ; 1 ; 0) et C (3 ; 2 ; 6). (D) est la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ (0 ; 1 ; 1) et (Δ) la droite passant par C et de vecteur directeur $\vec{v}$ (1 ; - 2 ; 2).

1. Écrire une représentation paramétrique de chacune des droites (D) et (,à) puis montrer que (D) et (Δ) sont sécantes en un point dont on précisera les coordonnées.

2. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ (question hors programme en 2002), puis écrire une équation cartésienne du plan (ABC).

3. Soit H le projeté orthogonal du point F(2 ; 4 ; 4) sur le plan (ABC).

a. Expliquer pourquoi il existe un réel k non nul tel que $\overrightarrow{FH} = k\vec{w}$.

b. Déterminer la valeur de k et en déduire les coordonnées de H.

c. Calculer le volume du tétraèdre FABC.

exercice 3

L'espace est rapporté à un repère $O, \vec{\imath}, \vec{j}, k$ orthonormé. Soit s un nombre réel.

On donne les points A (8 ; 0 ; 8), B (10 ; 3 ; 10) ainsi que la droite $\mathscr{D}$ d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = -5 + 3s \\ y = 1 + 2s \\ z = -2s \end{cases}$

1. **a.** Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ définie par A et B.

b. Démontrer que $\mathscr{D}$ et Δ sont non coplanaires.

2. **a.** Le plan $\mathscr{P}$ est parallèle à $\mathscr{D}$ et contient Δ. Montrer que le vecteur $\vec{n}$ (2 ; −2 ; 1) est un vecteur normal à $\mathscr{P}$. Déterminer une équation cartésienne de $\mathscr{P}$.

b. Montrer que la distance d'un point quelconque M de $\mathscr{D}$ à $\mathscr{P}$ est indépendante de M.

c. Donner un système d'équations paramétriques de la droite définie par l'intersection de $\mathscr{P}$ avec le plan (xOy).

3. La sphère $\mathscr{S}$ est tangente à $\mathscr{P}$ au point C(10 ; 1 ; 6). Le centre Ω de $\mathscr{S}$ se trouve à la distance $d = 6$ de $\mathscr{P}$, du même côté que O.

Donner l'équation cartésienne de $\mathscr{S}$.